Урок №20 (3.12.2019)
Дифракция Френеля.

1. *Зоны Френеля.*

Рассматриваем падение плоской монохроматической волны на преграду с круглым отверстием. Нас интересует освещённость экрана, расположенного за препятствием в точке P на оси симметрии отверстия.

Мысленно разбиваем волновую поверхность падающей волны в месте преграды на кольцевые зоны по правилу: расстояния от краёв соседних зон до точки P должны отличаться на $\frac{\lambda}{2}$, т.е. $l_1 = L + \frac{\lambda}{2}$, $l_2 = L + 2\frac{\lambda}{2}$ и т.д.

Зоны Френеля будут иметь форму дисков, радиусы которых легко находятся:

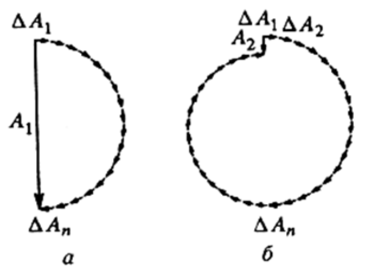
$$r_k = \sqrt{l_k^2 - L^2} = \sqrt{k\lambda L + k^2\frac{\lambda^2}{4}} \approx \sqrt{k\lambda L}\ .$$

Обратим внимание на то, что площади зон Френеля почти одинаковы!

2. *Дифракция Френеля на круглом отверстии и пятно Араго-Пуассона.*

Представим себе отверстие в преграде диафрагмой, диаметр которой можно менять. Пусть сначала радиус отверстия много меньше радиуса первой зоны Френеля. Тогда будем считать, что колебания от всех точек этой поверхности приходят к точке P в фазе.

Далее посмотрим, что получится с помощью метода фазовых диаграмм (каждый вектор соответствует небольшому кусочку зоны Френеля).



В начале 1817 года Парижская академия наук выдвинула на премию задачу о дифракции. При этом сама формулировка задачи подразумевала, что явление дифракции получит своё объяснение в рамках корпускулярной теории света. Да и из пяти членов комиссии трое (Пуассон, Био и Лаплас) были убеждёнными сторонниками корпускулярной теории света, и только Араго придерживался волновой. Пятый член комиссии Гей-Люссак не был компетентен в рассматриваемом вопросе, но был известен исключительной честностью. В 1818 году Френель представил в Академию в запечатанном конверте (так как конкурс был анонимным) под девизом "Nature simplex et fecina" ("Природа проста и плодотворна") "Записку о теории дифракции". В этой записке он описывает многочисленные опыты и измерения по дифракции, результаты которых объясняет, используя принцип, известный ныне как принцип Гюйгенса-Френеля, то есть на основе волновой теории. При обсуждении работы Пуассон обратил внимание на то, что из теории автора записки вытекает вывод, который как будто противоречит здравому смыслу: в самом центре тени, отбрасываемой небольшим диском, должно находиться светлое пятно.

Но вернёмся в Парижскую академию наук. После выдвинутого Пуассоном возражения другой член комиссии Араго произвёл опыт, и оказалось, что пятно действительно есть. В результате работа под девизом "Природа проста и плодотворна" (то есть работа Френеля) получила заслуженную премию, а волновая теория - всеобщее признание. Светлое пятно в центре тени носит название пятна Араго-Пуассона или просто пятна Пуассона. Отметим, что светлое пятнышко в центре тени в 1715 году (почти за 100 лет до появления работы Френеля) наблюдал Деллиль, но его наблюдения не привлекли внимания, так как они не были связаны с какой-либо теорией.

Объяснение эффекта пятна Араго-Пуассона можно дать, если рассматривать напряжённость поля полностью открытого экрана как сумму вектора напряжённости от открытого участка и вектора напряжённости от закрываемых зон Френеля.

Как найти расстояние L на котором дифракция начинает играть существенную роль? Вспомним, что радиус первой зоны Френеля $r_1 = \sqrt{\lambda L}$. Если характерный размер преграды (или отверстия) d равен r_1, то эффект дифракции будет ярко выражен: $L \sim \dfrac{d^2}{\lambda}$. При размере преграды $\sim 0,5$ мм и длине волны 500 нм, получим $L = \dfrac{\left(5 \cdot 10^{-4}\right)^2}{5 \cdot 10^{-7}} = 0,5$ м.

Важно только помнить, что препятствие должно быть освещено <u>параллельным</u> пучком света, от <u>точечного</u> источника.

Следствия:

- Зонная пластина Френеля
- Линза Френеля

3. Предел разрешающей способности телескопа

Пусть у нас есть две звезды, расположенные на некотором угловом расстоянии θ друг от друга. Попробуем понять, сможем ли мы в объектив телескопа увидеть две звезды, или нет.

Для этого сначала рассмотрим, как выглядит в фокальной плоскости объектива изображение одной удалённой звезды. Теоретически, т.к. звезда находится очень далеко от нас, мы имеем параллельный пучок лучей, падающий на объектив. Проходя через оптическую систему телескопа, этот пучок лучей должен собираться в точку в фокальной плоскости.

Но, с другой стороны, схема опыта точно соответствует опыту по наблюдению дифракции Фраунгофера! Следовательно, в фокальной плоскости будет наблюдаться дифракционная картина.

Ширина центрального максимума равна $2\theta_1 \approx 2\lambda/D$. На расстоянии f размер пятна будет $a = 2f\theta_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{D}f$. При этом отверстие с диаметром D – это размер объектива телескопа: изображение звезды – это дифракционная картина, создаваемая оправой объектива. Чем больше объектив – тем большую разрешающую способность имеет телескоп.

Вернёмся к нашей задаче. Согласно *критерию Релея*, две звезды будут видны как две точки, если максимум дифракционной картины от одной звезды будет приходиться на минимум от другой или далее: $\theta \ge \theta_1 \approx \lambda/D$.

Задача.

Оцените минимальный размер предмета на поверхности Земли, который можно сфотографировать со спутника, летящего на высоте 200 км, а также минимальный размер предметов на Луне, которые можно сфотографировать с земной орбиты.